

Exercice 1 :

Dans un pays, il y a 2 % de la population contaminée par un virus.

Partie A

On dispose d'un test de dépistage de ce virus qui a les propriétés suivantes :

- La probabilité qu'une personne contaminée ait un test positif est de 0,99 (sensibilité du test).
- La probabilité qu'une personne non contaminée ait un test négatif est de 0,97 (spécificité du test).

On fait passer un test à une personne choisie au hasard dans cette population.

On note :

V l'événement « la personne est contaminée par le virus »

T l'événement « le test est positif ».

\bar{V} et \bar{T} désignent respectivement les événements contraires de V et T .

- 1) a) Préciser les valeurs des probabilités $p(V)$, $p_V(T)$,

Traduire la situation à l'aide d'un arbre de probabilités.

- b) En déduire la probabilité de l'événement $V \cap T$.

- 2) Démontrer que la probabilité que le test soit positif est 0,0492.

- 3) a) Justifier par un calcul la phrase :

« Si le test est positif, il n'y a qu'environ 40 % de chances que la personne soit contaminée ».

b) Déterminer la probabilité qu'une personne ne soit pas contaminée par le virus sachant que son test est négatif.

Partie B

On choisit successivement 10 personnes de la population au hasard, on considère que les tirages sont indépendants.

On appelle X la variable aléatoire qui donne le nombre de personnes contaminées par le virus parmi ces 10 personnes.

- 1) Justifier que X suit une loi binomiale dont on donnera les paramètres.
- 2) Calculer la probabilité qu'il y ait au moins deux personnes contaminées parmi les 10.

Exercice 2 :

Une usine produit des sacs. Chaque sac fabriqué peut présenter deux défauts : le défaut A et le défaut B. Un sac est dit défectueux s'il présente au moins l'un des deux défauts.

- 1) Dans cette question, les probabilités demandées seront données avec leurs valeurs décimales exactes.

On prélève au hasard dans la production d'une journée.

On note A l'événement « le sac présente le défaut A » et B l'événement « le sac présente le défaut B ».

Les probabilités des événements A et B sont respectivement $p(A) = 0,02$ et $p(B) = 0,01$;

On suppose que ces deux événements sont indépendants.

- a) Calculer la probabilité de l'événement C « le sac prélevé présente le défaut A et le

défaut B ».

- b) Calculer la probabilité de l'événement D « le sac est défectueux ».
 - c) Calculer la probabilité de l'événement E « le sac ne présente aucun défaut ».
 - d) Sachant que le sac présente le défaut A, quelle est la probabilité qu'il présente aussi le défaut B?
- 2) On suppose que la probabilité (arrondie au centième) qu'un sac soit défectueux est égale à 0,03.

On prélève au hasard un échantillon de 100 sacs dans la production d'une journée. La production est suffisamment importante pour que l'on assimile ce prélèvement à un tirage avec remise de 100 sacs.

On considère la variable aléatoire X qui, à tout prélèvement de 100 sacs, associe le nombre de sacs défectueux.

- a) Justifier que la variable aléatoire X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
 - b) Quelle est la probabilité de l'événement « au moins un des sacs est défectueux » ?
- On arrondira cette probabilité au centième. Interpréter ce résultat.

- c) Calculer l'espérance mathématique de la variable aléatoire X . Interpréter ce résultat dans le cadre de l'énoncé.